

基于互质位置非同步测量的低频声源成像方法

韦娟¹, 贺雨涛¹, 宁方立²

(1. 西安电子科技大学通信工程学院, 陕西 西安 710071; 2. 西北工业大学机电学院, 陕西 西安 710072)

摘要: 针对声学成像受限于传声器阵列孔径和阵元密度不足, 导致在低频、低信噪比条件下声成像分辨率较低的问题, 提出一种基于互质位置非同步测量的低频、低信噪比声源高分辨率成像方法。首先, 移动原型阵列在互质位置处接收声信号并计算数据缺失的互谱矩阵, 然后利用改进的加速近端梯度算法对缺省互谱矩阵进行补全, 再对补全后的完整互谱矩阵进行矢量化, 最后建立虚拟阵列信号模型并求解。仿真结果表明, 在低频、低信噪比条件下, 所提方法与以往方法相比, 具有更低的定位误差、更高的成像分辨率以及更好的鲁棒性和抗噪性。

关键词: 声学成像; 互质位置; 非同步测量; 矩阵补全

中图分类号: TN912.3

文献标志码: A

DOI: 10.11959/j.issn.1000-436x.2023166

Low frequency acoustic source imaging method based on coprime position non-synchronous measurement

WEI Juan¹, HE Yutao¹, NING Fangli²

1. School of Communication Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China

2. School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China

Abstract: In order to solve the problem that the acoustic imaging resolution was low under the condition of low frequency and low SNR due to the limited microphone array aperture and element density, a high resolution imaging method of low frequency and low SNR sound source was proposed based on the non-synchronous measurement of the coprime position. Firstly, the acoustic signal was received at the coprime position and the missing cross-spectrum matrix was calculated by the mobile prototype array. Then, the improved accelerated proximity gradient algorithm was used to complete the missing cross-spectrum matrix, and the complete cross-spectrum matrix was vectorized. Finally, the virtual array signal model was established and solved. The simulation results demonstrate that the proposed method has lower positioning error, higher imaging resolution, and better robustness and noise immunity than the previous methods under the condition of low frequency and low SNR.

Keywords: acoustic imaging, coprime position, non-synchronous measurement, matrix completion

0 引言

声学成像是一种由接收到的声信号进行反向重建获得可视化声像图的技术, 在噪声源识别与定

位中有着广泛的应用^[1-2]。由于声学成像的频率下限取决于阵列孔径的大小, 频率上限取决于阵元密度的高低^[3], 超出上述频率范围将导致成像分辨率显著下降, 而盲目提高传声器的阵列孔径和阵元密度

收稿日期: 2023-04-12; 修回日期: 2023-08-09

通信作者: 宁方立, ningfl@nwpu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.52075441); 陕西省重点研发计划基金资助项目 (No.2023-YBGY-219); 航空科学基金资助项目 (No.20200015053001); 2023 西安市重点产业链技术攻关资助项目 (No.23ZDCYJSGG0006-2023)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.52075441), The Key Research and Development Program of Shanxi Province (No.2023-YBGY-219), Aeronautical Science Foundation of China (No.20200015053001), 2023 Xi'an Key Industrial Chain Technology Research Project (No.23ZDCYJSGG0006-2023)

又会大大增加系统成本和操作难度,因此声学成像的分辨率和工作频率范围受到较大限制,在低信噪比条件下难以对低频声源进行高分辨率成像,而低频声源具有较强的穿透力,丰富的低频线谱能够反映机械设备的运行状态以及进行故障预警,故低频、低信噪比声源高分辨率成像^[4-5]具有较高的研究价值。

为了解决上述问题, Antoni 等^[6]提出非同步测量 (NSM, non-synchronous measurement) 方法,即在测量平面内按照既定位置移动小孔径、低密度原型阵列测量声源,继而利用贝叶斯概率方法和期望最大化算法重建声场获取声源位置。该方法通过合成孔径的思路突破传统方法对阵列孔径和阵元密度的限制,实现大孔径、高密度虚拟传声器阵列。Yu 等^[7]进一步将非同步测量问题表述为数据缺失的互谱矩阵补全问题,并陆续提出循环投影算法^[8]、快速迭代软阈值算法^[9]、增广拉格朗日乘子算法^[10]和交替方向乘子方法 (ADMM, alternative direction method of multiplier)^[11],这些算法利用联合互谱矩阵低秩性、厄米特性、半正定性和声场空间连续性,在允许的误差范围内求解补全问题可得到完整的互谱矩阵,进而快速重建声场。Pereira 等^[12]通过算术平均值、几何平均值、最小值和矩阵补全 4 种方法,进一步验证非同步测量声源成像的优势。Morata 等^[13]提出一种直接频谱估计方法,用于从包含连续扫描传声器的阵列中获取声源位置。Merino-Martinez 等^[14]将非同步测量应用于三维声源成像,以改善传声器阵列法线方向的成像分辨率。Demyanov 等^[15]提出一种改进的波束成形算法,解决传统波束成形算法在非同步测量情况下的相位偏移和振幅失真问题。以上各类方法与传统单次测量方法相比,其成像分辨率得到改善,但在低频、低信噪比的情况下存在主瓣过宽且易受旁瓣污染的问题。因此,低频、低信噪比条件下的声源成像分辨率仍有待进一步提高。

Liu 等^[16]受互质阵列启发,将非同步测量与互质阵列的性质相结合,利用互质位置 (CP, coprime positions) 指导非同步测量中原型阵列的运动,解决了以往非同步测量采用均匀位置 (UP, uniform position) 而导致虚拟阵列的阵元冗余问题,在低频条件下实现了较高分辨率的声源成像。但随着信噪比的降低,该方法会出现较多假声源,对真实声源位置的判断产生较大干扰。此外,加速近端梯度 (APG, accelerating proximal gradient) 算法用于非同

步测量的互谱矩阵补全具有较好的鲁棒性^[17],但该算法无法保证迭代点函数值的单调下降性。

基于上述分析,本文提出一种基于改进加速近端梯度 (MAPG, modified APG) 算法的互质位置非同步测量方法,简记为 MAPG-CP-NSM,该方法利用近端梯度步作为监测器,使生成的迭代点函数值具有单调下降性,以提高 APG 算法的精确度和抗噪性。此外,采用互质位置作为非同步测量中原型阵列的运动准则,进一步增大阵列孔径,改善原型阵列的成像分辨率,扩展工作频率范围,实现在低信噪比条件下低频声源高分辨率重建,并验证其有效性和鲁棒性。

1 定位模型及算法

1.1 非同步测量方法

非同步测量是一种使用小孔径、低密度原型阵列按照既定位置移动测量的方法,可获取与大孔径、高密度传声器阵列相近的测量结果。通常将原型阵列 (N 个传声器) 依次移动到 P 个位置,并在每个位置处接收声信号。假设声源平面有 Q 个远场窄带不相干信号,其中第 q 个声源表示为 $s_q(f)$, $q=1, \dots, Q$, 相应地,其仰角 $\theta_q \in [0^\circ, 90^\circ]$, 方位角 $\varphi_q \in [-180^\circ, 180^\circ]$, 则第 n 个传声器在第 p 个位置接收到的信号矢量在频域内可表示为

$$w_n^{(p)}(f) = \sum_{q=1}^Q h_n^{(p)}(\theta_q, \varphi_q) s_q(f) + e_n^{(p)}(f) \quad (1)$$

其中, f 表示声源频率; $e_n^{(p)}(f)$ 表示第 p 个位置的误差,包括测量误差、背景噪声和模型不确定性,背景噪声在仿真中为独立分布的复高斯白噪声; $h_n^{(p)}(\theta_q, \varphi_q)$ 表示格林函数,表达式为

$$h_n^{(p)}(\theta_q, \varphi_q) = e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[c_n(q)+d_n(q)]} \quad (2)$$

其中, $c_n(q) = \tilde{x}_n^{(p)} \sin(\theta_q) \cos(\varphi_q)$, $d_n(q) = \tilde{y}_n^{(p)} \cdot \sin(\theta_q) \sin(\varphi_q)$, $(\tilde{x}_n^{(p)}, \tilde{y}_n^{(p)})$ 表示原型阵列的第 n 个传声器在第 p 个位置的坐标。

式(2)中 (θ_q, φ_q) 是耦合的,导致计算量增大,需要通过角度转换进行简化,将第 q 个声信号来波方向与 y 轴正半轴夹角记作 α_q , 与 x 轴正半轴夹角记作 β_q , $(\alpha_q, \beta_q) \in [-180^\circ, 180^\circ]$, (θ_q, φ_q) 与 (α_q, β_q) 的关系如图 1 所示。

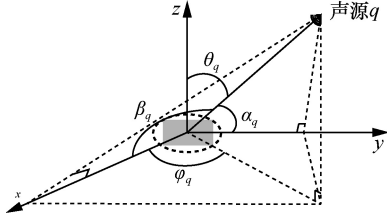


图 1 (θ_q, φ_q) 与 (α_q, β_q) 的关系

为避免 (θ_q, φ_q) 中交叉项干扰导致计算量增大，将其转换为 (α_q, β_q) ，其满足如下关系^[18-21]

$$\begin{aligned} \cos \alpha_q &= \sin \theta_q \sin \varphi_q \\ \cos \beta_q &= \sin \theta_q \cos \varphi_q \end{aligned} \quad (3)$$

因此，原型阵列在第 p 个位置对第 q 个声源信号的导向矢量可表示为

$$\mathbf{h}_q^{(p)} = \begin{bmatrix} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} [x_1^{(p)} \cos(\beta_q) + y_1^{(p)} \cos(\alpha_q)]} \\ \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} [x_N^{(p)} \cos(\beta_q) + y_N^{(p)} \cos(\alpha_q)]} \end{bmatrix} \quad (4)$$

将式(1)表示为矩阵形式，即

$$\mathbf{W}^{(p)} = \mathbf{H}^{(p)} \mathbf{S} + \mathbf{E}^{(p)} \quad (5)$$

其中， $\mathbf{W}^{(p)} = [w_1^{(p)}, \dots, w_N^{(p)}]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 表示接收信号矢量； $\mathbf{S} = [s_1(f), \dots, s_Q(f)]^T \in \mathbb{C}^{Q \times 1}$ 表示 Q 个频域远场窄带不相关信号，假设其为平面波； $\mathbf{H}^{(p)} = (\mathbf{h}_1^{(p)}, \dots, \mathbf{h}_Q^{(p)}) \in \mathbb{C}^{N \times Q}$ 表示格林函数矩阵； $\mathbf{E}^{(p)} = [e_1^{(p)}, \dots, e_N^{(p)}]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 表示模型的不确定性，包括噪声干扰和模型近似，假设噪声是服从复高斯分布的独立同分布随机变量； $(\cdot)^T$ 表示转置。此外， $\mathbf{E}^{(p)}$ 和 \mathbf{S} 是相互独立的。

因此，可以得到相应的子互谱矩阵为

$$\mathbf{Z}^{(pp)} = \mathbb{E}[\mathbf{W}^{(p)} (\mathbf{W}^{(p)})^H] = \mathbf{H}^{(p)} \mathbf{Z}_{ss} (\mathbf{H}^{(p)})^H \quad (6)$$

其中， \mathbf{Z}_{ss} 为声源的互谱矩阵， $\mathbb{E}(\cdot)$ 为数学期望， $(\cdot)^H$ 为共轭转置。

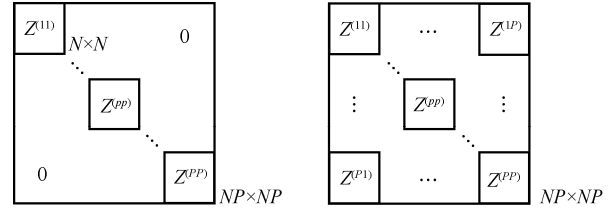
$$\mathbf{Z}_{ss} = \mathbb{E}[\mathbf{S}\mathbf{S}^H] = \text{diag}([\sigma_1^2, \dots, \sigma_Q^2]) \quad (7)$$

其中， σ_q^2 表示第 q 个声源的能量， $\text{diag}(\cdot)$ 表示对对角线项的提取。

由此，可得到块对角矩阵 \mathbf{Z}_e

$$\mathbf{Z}_e = \text{diag}([\mathbf{Z}^{11}, \dots, \mathbf{Z}^{pp}, \dots, \mathbf{Z}^{PP}]) \quad (8)$$

其中， $\mathbf{Z}_e \in \mathbb{C}^{NP \times NP}$ 表示缺省互谱矩阵。由于原型阵列在不同时间、不同位置进行测量，因此缺少相位关系，导致互谱矩阵非对角线块为空，需对缺省互谱矩阵进行补全，如图 2 所示。



(a) 缺省互谱矩阵 (b) 补全互谱矩阵

图 2 互谱矩阵

1.2 基于改进加速近端梯度的互谱矩阵补全算法

非同步测量中的互谱矩阵补全问题可表述为最小核范数约束优化问题，表示为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{Z}} & \|\mathbf{Z}\|_* \\ \text{s.t.} & P_\Omega(\mathbf{Z}) - P_\Omega(\mathbf{Z}_e) \|\mathbb{F} \leq \epsilon \\ & \|\Psi \mathbf{Z} \Psi^H - \mathbf{Z}\|_{\mathbb{F}} \leq \epsilon \\ & \mathbf{Z}^H = \mathbf{Z} \succeq 0 \end{aligned} \quad (9)$$

其中， $\mathbf{Z} \in \mathbb{C}^{NP \times NP}$ 为补全得到的完整互谱矩阵， Ψ 为空间基^[22]， $\Omega \subset \{1, \dots, NP\} \times \{1, \dots, NP\}$ ， P_Ω 为集合 Ω 上的正交投影， $\|\cdot\|_*$ 为核范数， $\|\cdot\|_{\mathbb{F}}$ 为 F 范数， ϵ 和 ϵ 为给定的允许误差。

利用式(9)的惩罚函数将互谱矩阵补全问题转化为无约束优化问题

$$\min_{\mathbf{Z}} F(\mathbf{Z}) = \mu \|\mathbf{Z}\|_* + \frac{\tau}{2} \|P_\Omega(\mathbf{Z}) - P_\Omega(\mathbf{Z}_e)\|_{\mathbb{F}}^2 \quad (10)$$

其中， μ 为正则化参数， τ 为惩罚项参数。

对于式(10)的优化问题，APG 算法是一种很好的求解方法。但 APG 算法无法保证迭代点函数值的单调下降性，即不能保证当前迭代点 \mathbf{Z}_{k+1} 与迭代点 \mathbf{Z}_k 满足 $F(\mathbf{Z}_{k+1}) \leq F(\mathbf{Z}_k)$ ，造成求解速率低、效果差等问题。因此，本文提出一种改进加速近端梯度算法用于非同步测量中互谱矩阵补全，该算法利用近端梯度步 \mathbf{T} 和 \mathbf{W} 作为监测器，监测和校正矩阵 \mathbf{Y} 。

基于文献[23]中式(10)~式(14)推导，MAPG 算法在求解该极小化问题迭代中， \mathbf{Y} 的递推公式为

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{Z}_k + \frac{t_{k-1}}{t_k} (\mathbf{T}_k - \mathbf{Z}_k) + \frac{t_{k-1} - 1}{t_k} (\mathbf{Z}_k - \mathbf{Z}_{k-1}) \quad (11)$$

近端梯度步 \mathbf{T} 与 \mathbf{W} 的递推公式分别为

$$\tilde{\mathbf{T}}_k = \mathbf{Y}_k - (\tau)^{-1} (P_\Omega(\mathbf{Y}_k) - P_\Omega(\mathbf{Z}_e)) \quad (12)$$

$$\left[\mathbf{U}_k^1, \boldsymbol{\Sigma}_k^1, \mathbf{V}_k^1 \right]_{\frac{\mu}{\tau}} = \text{lansvd}(\tilde{\mathbf{T}}_k) \quad (13)$$

$$\mathbf{T}_{k+1} = \mathbf{U}_k^1 \mathcal{D}_{\frac{\mu}{\tau}}(\boldsymbol{\Sigma}_k^1) (\mathbf{V}_k^1)^T \quad (14)$$

$$\tilde{\mathbf{W}}_k = \mathbf{Z}_k - (\tau)^{-1} (P_{\Omega}(\mathbf{Z}_k) - P_{\Omega}(\mathbf{Z}_e)) \quad (15)$$

$$\left[\mathbf{U}_k^2, \boldsymbol{\Sigma}_k^2, \mathbf{V}_k^2 \right]_{\frac{\mu}{\tau}} = \text{lansvd}(\tilde{\mathbf{W}}_k) \quad (16)$$

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{U}_k^2 \mathcal{D}_{\frac{\mu}{\tau}}(\boldsymbol{\Sigma}_k^2) (\mathbf{V}_k^2)^T \quad (17)$$

其中, $\mathcal{D}_{\frac{\mu}{\tau}}$ 为奇异值阈值算子。

通过引入上述监测—校正步骤, 生成的迭代点函数值具有单调下降性, 从而可提高 APG 算法的精确度和抗噪性。利用 MAPG 算法补全互谱矩阵的完整过程如算法 1 所示。

算法 1 MAPG 互谱矩阵补全算法

初始化 已知采样集 Ω 为主对角线块, 给定参数 $\mu > 0$, $\tau > L$, $t_1 = 1$, $t_0 = 0$, 设初始矩阵 $\mathbf{Z}_0 = \mathbf{Z}_1 = \mathbf{T}_1 = \mathbf{0}$, 最大迭代次数 K

- 1) 交替迭代求解
- 2) for $k = 1: K$
- 3) 用式(11)计算矩阵 \mathbf{Y}_k
- 4) 用式(12)计算矩阵 $\tilde{\mathbf{T}}_k$
用式(13)对 $\tilde{\mathbf{T}}_k$ 进行奇异值分解
用式(14)计算监测矩阵 \mathbf{T}_{k+1}
用式(15)计算矩阵 $\tilde{\mathbf{W}}_k$
用式(16)对 $\tilde{\mathbf{W}}_k$ 进行奇异值分解
用式(17)计算监测矩阵 \mathbf{W}_{k+1}
- 5) if $F(\mathbf{T}_{k+1}) \leq F(\mathbf{W}_{k+1})$
 $\mathbf{Z}_{k+1} = \mathbf{T}_{k+1}$;
else
 $\mathbf{Z}_{k+1} = \mathbf{W}_{k+1}$;
end if
- 6) $\mathbf{Z}_{k+1} = \boldsymbol{\Psi} \mathbf{Z}_{k+1} \boldsymbol{\Psi}^H$;
- 7) if $\frac{\|\mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{Z}_k\|_F}{\|\mathbf{Z}_{k+1}\|_F} < \eta$, break
else
 $t_{k+1} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4t_k^2}}{2}$
end if
- 8) end for
- 9) 输出 \mathbf{Z}_{k+1} 作为互谱矩阵的补全结果

算法 1 中, 迭代终止阈值 $\eta = 5 \times 10^{-3}$, 最大迭

代次数 $K = 45$ 。由该算法补全缺省互谱矩阵 \mathbf{Z}_e 得到的完整互谱矩阵 \mathbf{Z} , 其元素可以表示为

$$z_{i,j} = \sum_{q=1}^Q \sigma_q^2 e^{-j^2 \frac{\pi}{\lambda} [x_i \cos \beta_q + y_i \cos \alpha_q]} \quad (18)$$

其中, $i = 1, \dots, NP$ 表示互谱矩阵的第 i 行, $j = 1, \dots, NP$ 表示互谱矩阵的第 j 列, (x_v, y_v) 为实际传声器坐标的差集。

1.3 互质位置

式(4)中 $\mathbf{h}_q^{(p)}$ 的指数部分 $(\tilde{x}_n^{(p)}, \tilde{y}_n^{(p)})$ 表示原型阵列中第 n 个传声器在第 p 个测量位置的坐标, 计算式为

$$\begin{cases} \tilde{x}_n^{(p)} = x_n + u_x^{(p)} \\ \tilde{y}_n^{(p)} = y_n + u_y^{(p)} \end{cases} \quad (19)$$

其中, (x_n, y_n) 为原型阵列平面中第 n 个传声器坐标, $(u_x^{(p)}, u_y^{(p)})$ 为互质位置平面中第 p 个测量位置坐标。

平面互质位置由两组均匀子位置组成, 如图 3 所示。第一组子位置有 A 个测量位置, 第二组子位置有 B 个测量位置, A 和 B 存在互质关系。第一组子位置的每个测量位置之间相距 $B\Delta$, 第二组子位置的每个测量位置之间相距 $A\Delta$, 其中 Δ 为线性位置的单位间距。

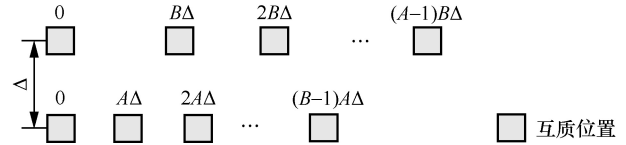


图 3 平面互质位置示意

测量位置可用集合 \mathbb{D} 表示

$$\mathbb{D} = \{(bA\Delta, 0) \cup (aB\Delta, \Delta)\} \quad (20)$$

其中, $0 < a < A - 1, 0 < b < B - 1$ 。

通过式(2)中格林函数 $h_n^{(p)}(\theta_q, \varphi_q)$ 和式(4)中导向矢量 $\mathbf{h}_q^{(p)}$, 可将式(18)中 $z_{i,j}$ 的指数项作为一个新的传声器阵列的导向矢量, 称为虚拟阵列^[24-26]。在虚拟阵列中, 传声器的坐标为

$$\mathbb{F} = (x_v, y_v) \quad (21)$$

将 (x_v, y_v) 进一步表示为

$$\begin{cases} x_v = \tilde{x}_{n_1}^{(p_1)} - \tilde{x}_{n_2}^{(p_2)} = x_{n_1} - x_{n_2} + u_x^{(p_1)} - u_x^{(p_2)} \\ y_v = \tilde{y}_{n_1}^{(p_1)} - \tilde{y}_{n_2}^{(p_2)} = y_{n_1} - y_{n_2} + u_y^{(p_1)} - u_y^{(p_2)} \end{cases} \quad (22)$$

其中, $\{p_1, p_2\} \subset \{1, \dots, P\}$, $\{n_1, n_2\} \subset \{1, \dots, N\}$, 做差 $(u_x^{(p_1)} - u_x^{(p_2)})$ 得到元素为

$$\mathbb{J} = \{ \mathcal{J} \mid \mathcal{J} = \pm(bA - aB)\Delta \} \quad (23)$$

当选取互质数为 A 和 B 时, 至少可以在差集 \mathbb{J} 中找到 AB 个连续不同的值, 该特性使虚拟阵列中重复的阵元数量最小化, 解决阵元冗余问题。

2 虚拟阵列信号模型的建立及求解

虚拟阵列通过格林函数 \hat{h}_q 的克罗内克积来构造, 相应的虚拟阵列接收到的等效虚拟信号通过对完整互谱矩阵 \mathbf{Z} 矢量化来得到。虚拟阵列信号传播模型构造为

$$\mathbf{y} = \text{vec}(\mathbf{Z}) = \mathbf{R}\mathbf{x} + \mathbf{e} \quad (24)$$

其中, $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{(NP)^2 \times 1}$ 为由虚拟阵列接收到的等效虚拟信号, $\text{vec}(\cdot)$ 为向量化运算符, $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{Q \times 1}$ 为声场中的真实声源, $\mathbf{e} = (e_1, \dots, e_{(NP)^2})^T \in \mathbb{C}^{(NP)^2 \times 1}$ 为模型误差, $\mathbf{R} = (\mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_Q) \in \mathbb{C}^{(NP)^2 \times Q}$ 为虚拟信号传播矩阵, 其元素由式(4)中 $h_q^{(p)}$ 推导得出, \mathbf{R}_q 具体计算式为

$$\mathbf{R}_q = \hat{h}_q^* \otimes \hat{h}_q \quad (25)$$

其中, \otimes 表示克罗内克积, $(\cdot)^*$ 表示向量的共轭, $\mathbf{R}_q \in \mathbb{C}^{(NP)^2 \times 1}$, $\hat{h}_q = (h_q^{(1)}, \dots, h_q^{(P)})^T \in \mathbb{C}^{(NP) \times 1}$ 表示为

$$\hat{h}_q = \begin{bmatrix} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} [x_1^{(-1)} \cos \beta_q + y_1^{(-1)} \cos \alpha_q]} \\ \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} [x_N^{(P)} \cos \beta_q + y_N^{(P)} \cos \alpha_q]} \end{bmatrix} \quad (26)$$

求解式(24)传播模型的声学定位逆问题^[11], 可以得到真实声源 \mathbf{x} , 求解式(24)的最小化目标函数为

$$\min \|\mathbf{y} - \mathbf{R}\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{x}\|_1 \quad (27)$$

其中, λ 为正则化参数, 用于控制声源与噪声的平衡。

3 实验与分析

3.1 实验设置

为了验证本文所提出的 MAPG-CP-NSM 方法在低信噪比下进行低频声源重建的可行性, 在仿真实验中, 选取均匀测量位置和互质测量位置如图 4 所示, 选取互质数分别为 $A=5$ 和 $B=3$, 单位间距 $\Delta=0.1\text{ m}$ 。用于实际接收声信号的原型阵列直径为

1 m, 包含 56 个传声器。原型阵列中有 7 条旋臂, 每条旋臂中有 8 个传声器, 第 i 条旋臂上的第 j 个传声器的坐标为

$$\begin{cases} x_{i,j} = \frac{1}{2\pi} \theta_j \cos \left(\theta_j + \frac{i-1}{7} 2\pi \right) \\ y_{i,j} = \frac{1}{2\pi} \theta_j \sin \left(\theta_j + \frac{i-1}{7} 2\pi \right) \end{cases} \quad (28)$$

其中, $i=1, \dots, 7$, $j=1, \dots, 8$, $\theta_j = \left(\frac{\pi}{6} \right) + \left(\frac{5\pi}{6} \right) \frac{i-1}{7}$ 。

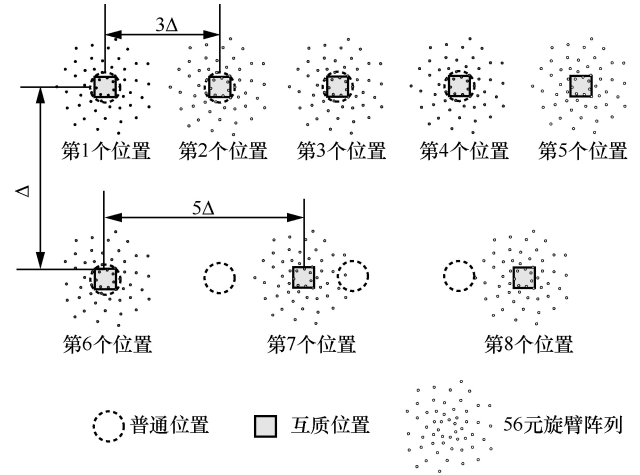


图 4 运动准则示意图

在本文所有仿真实验中, 声源都是 7 个非相干声源, 声源平面上声压相等, 位置为 $(\cos \beta, \cos \alpha) = (-0.1, 0.8), (0.1, 0.8), (-0.3, 0), (0, 0), (0.3, 0), (-0.5, -0.6), (0.5, -0.6)$, 传声器阵列与声源平面的测量距离为 1.5 m, 声源平面均匀离散化为 41×41 的网格, 如图 5 所示, 声学图像的动态范围选取为 10 dB。实验仿真环境为 MATLAB R2021b 平台, Inter(R) Core(TM) i5-8250U @ 1.60 GHz 处理器, 16 GB 内存。

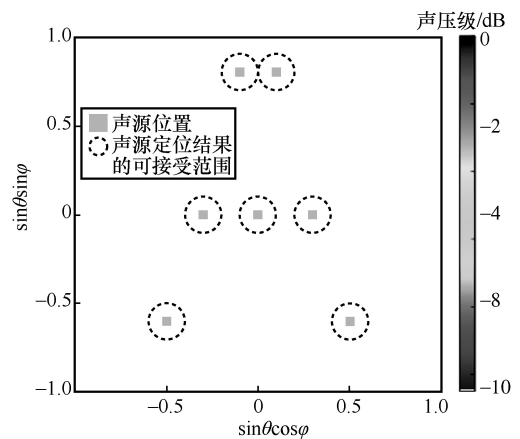


图 5 声源位置示意

3.2 结果分析

3.2.1 无噪声不同频率条件下的声成像结果

在无噪声的条件下，将声源频率分别设置为 800 Hz、500 Hz、300 Hz，基于改进加速近端梯度法的均匀位置非同步测量方法简记为 MAPG-UP-NSM，利用 MAPG-UP-NSM 方法和 MAPG-CP-NSM 方法得到的声成像结果如图 6 所示。由于声学成像的空间分辨率越高，对相邻声源的分辨效果越好。故分析可知，在无噪声条件下，当声源频率小于或等于 800 Hz 时，MAPG-UP-NSM 方法由于传声器阵列孔径的不足，得到的声成像结

果出现严重混叠现象，导致不同声源位置无法区分；而所提 MAPG-CP-NSM 方法得到的声成像结果在频率为 300 Hz 的情况下依然能够鲁棒收敛到声源位置，清晰区分每个声源，其中相对声压级最低为 -6.3 dB 且未出现假声源，证明该方法具有较高分辨率。

3.2.2 不同信噪比不同频率条件下的声成像结果

将文献[16]中基于交替方向乘子方法的互质位置非同步测量方法简记为 ADMM-CP-NSM。在信噪比分别为 -10 dB 和 -20 dB 的情况下，将声源频率分别设置为 1 500 Hz、800 Hz、500 Hz

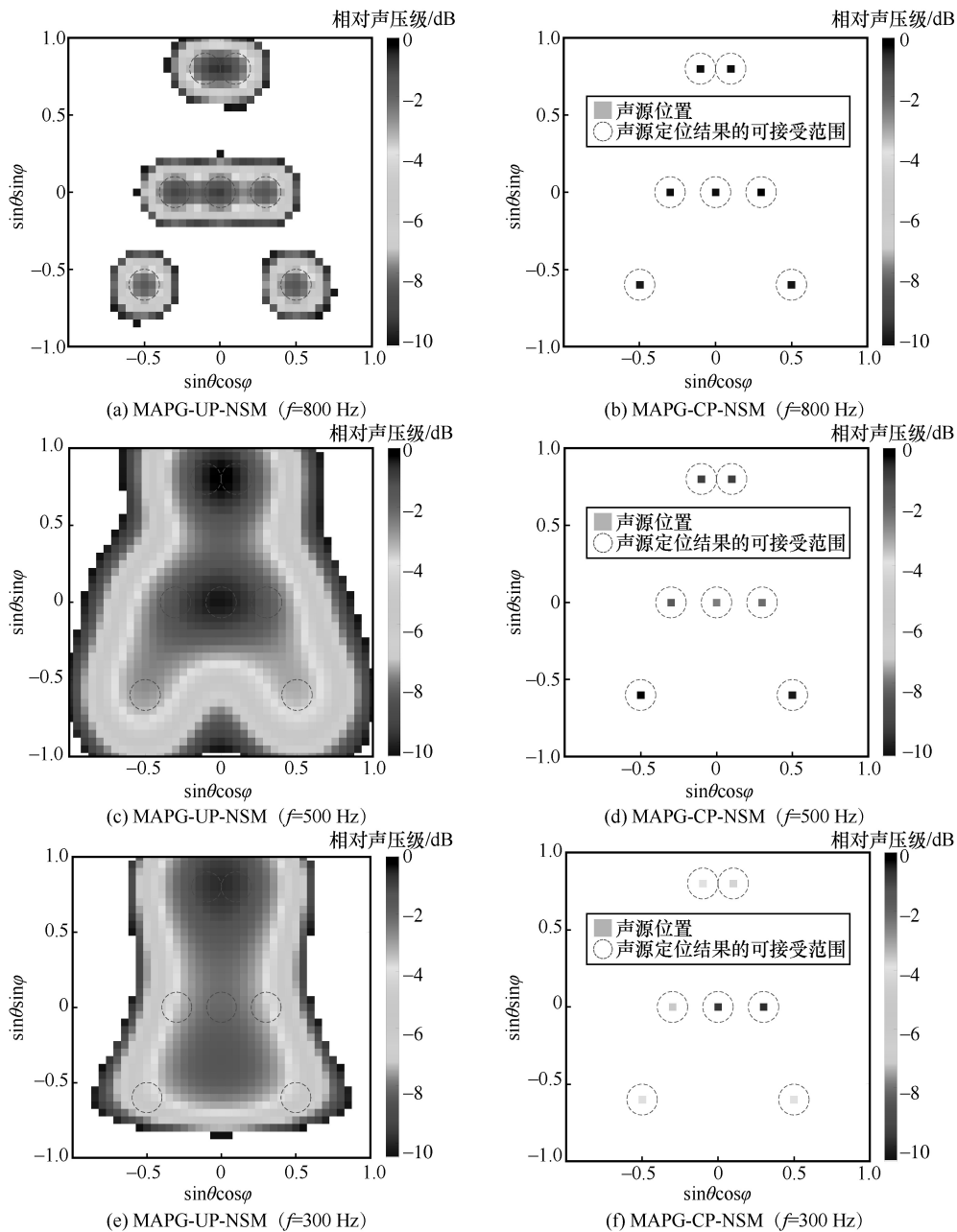


图 6 2 种方法对 7 个声源在无噪声条件下的声成像结果

和 300 Hz，利用 ADMM-CP-NSM 方法和 MAPG-CP-NSM 方法得到的声成像结果分别如图 7~图 10 所示。

分析图 7 可知，在 $f=1500$ Hz 的条件下，当 $SNR=-10$ dB 时，ADMM-CP-NSM 方法得到的声成像结果中产生一个假声源，其与真实声源的相对声压级相差 0.5 dB，对声源位置的判断产生较大影响；而 MAPG-CP-NSM 方法得到的声成像结果中，相对声压级最低为 -4.5 dB 且未出现假声源，可将 7 个声源准确定位。当 $SNR=-20$ dB 时，ADMM-CP-NSM 方法得到的声成像结果中产生 4 个假声源，其中相对声压级最高为 -1.5 dB，大于部分真实声源的相对声压级，对声源位置的判断产生较大影响；而所提 MAPG-CP-NSM 方法得到的声成像结果中，相对声压级最低为 -6.3 dB 且未出现假声源，依然能够将 7 个声源进行准确定位，证明所提方法具有更好的鲁棒性和抗噪性。

分析图 8 可知，在 $f=800$ Hz 的条件下，当 $SNR=-10$ dB 时，ADMM-CP-NSM 方法得到的声

成像结果中产生 2 个假声源，其与真实声源的相对声压级最低相差 0.1 dB，且真实声源位置出现一定程度的偏离，对声源位置的判断产生较大影响；而 MAPG-CP-NSM 方法得到的声成像结果中，相对声压级最低为 -5.5 dB 且未出现假声源，可将 7 个声源准确定位。当 $SNR=-20$ dB 时，ADMM-CP-NSM 方法得到的声成像结果中产生较多假声源，其中相对声压级最高为 -0.1 dB，大于部分真实声源的相对声压级，对声源位置的判断产生较大影响；而所提 MAPG-CP-NSM 方法得到的声成像结果产生一个假声源，其相对声压级为 -6.8 dB，对声源位置的判断产生影响较小，表明所提方法得到的声成像结果依然较准确。

分析图 9 可知，在 $f=500$ Hz 的条件下，当 $SNR=-10$ dB 时，ADMM-CP-NSM 方法得到的声成像结果中产生较多假声源，其中相对声压级最高为 0.5 dB，大于部分真实声源的相对声压级，且真实声源位置出现一定程度的偏离，对声源位置的判断产生较大影响；而 MAPG-CP-NSM 方法得到的声成像结果中产生 2 个假声源，其中相对声压级最

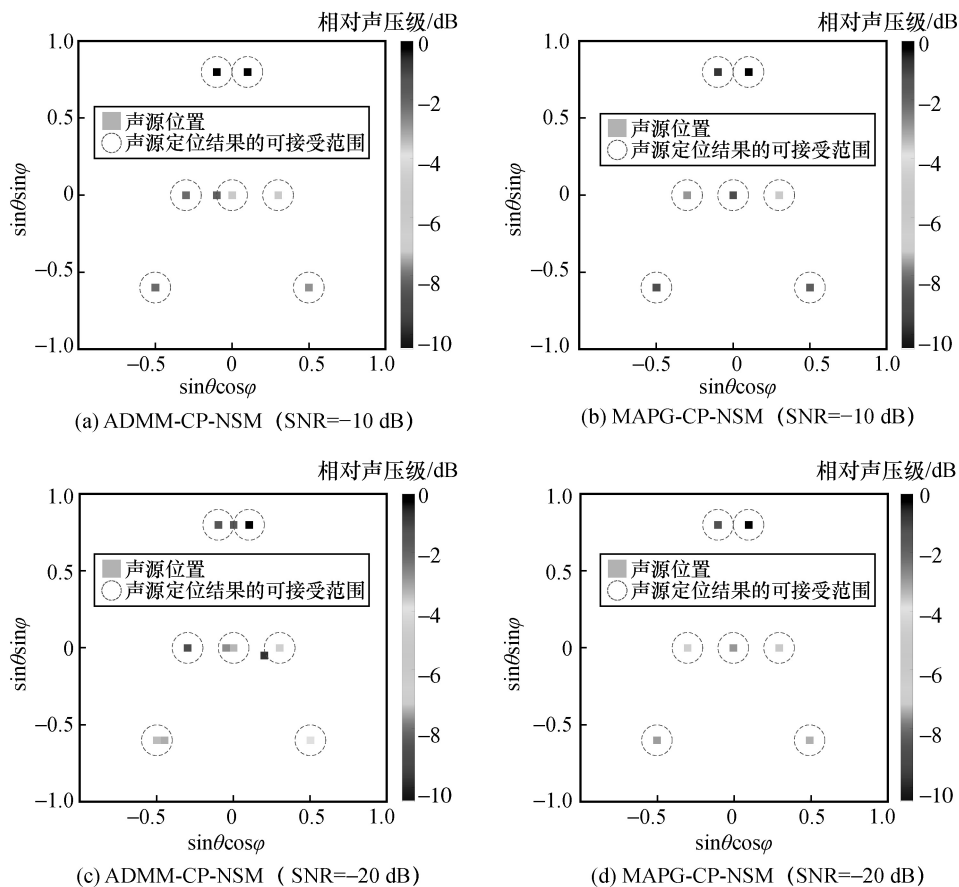


图 7 2 种方法对频率为 1500 Hz 的 7 个声源在低信噪比条件下的声成像结果

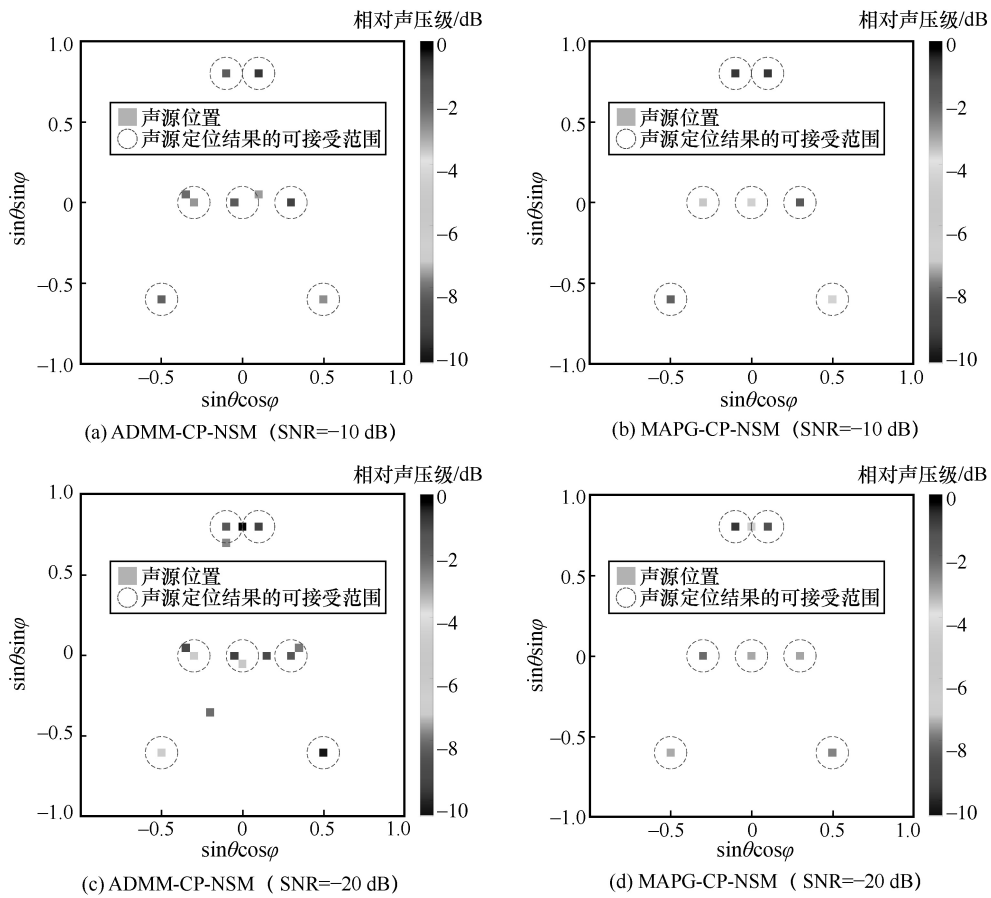


图 8 2 种方法对频率为 800 Hz 的 7 个声源在低信噪比条件下的声成像结果

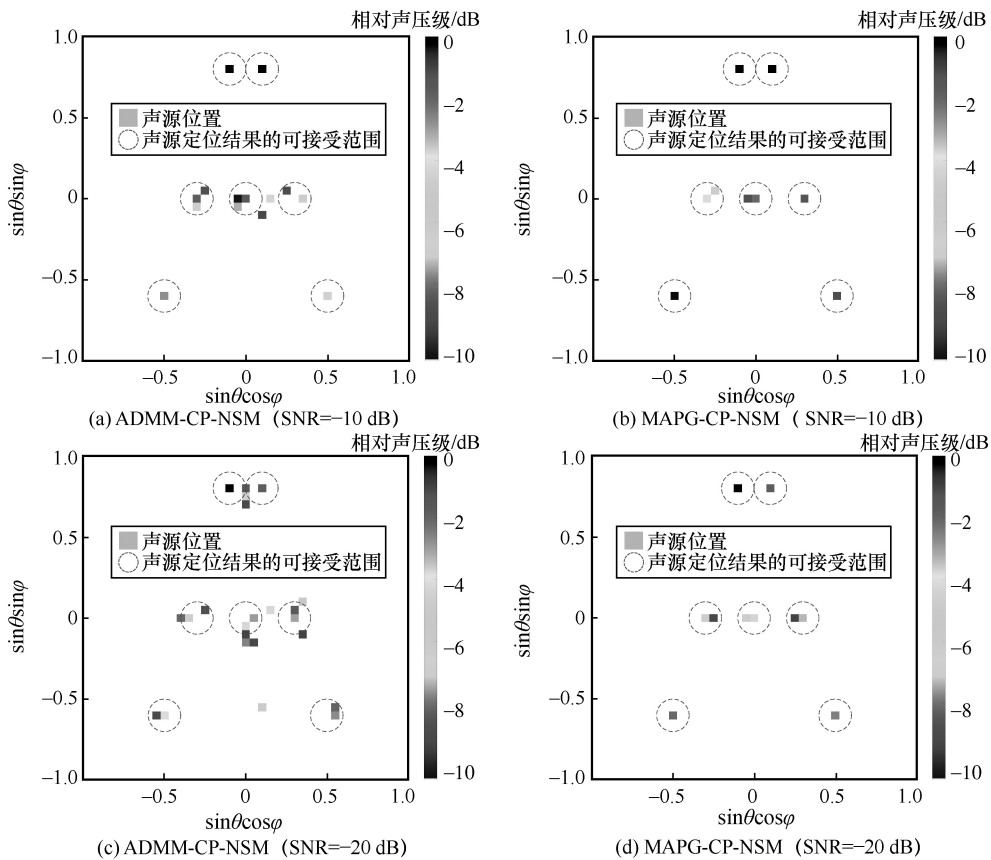


图 9 2 种方法对频率为 500 Hz 的 7 个声源在低信噪比条件下的声成像结果

高为-6.6 dB，小于真实声源的相对声压级，对声源位置的判断影响较小。当 SNR = -20 dB 时，ADMM-CP-NSM 方法得到的声成像结果中产生很多假声源，其中相对声压级最高为-0.8 dB，大于部分真实声源的相对声压级，且真实声源位置出现较大程度偏离，很难对声源进行准确定位；而所提 MAPG-CP-NSM 方法得到的声成像结果中产生 3 个假声源，其中相对声压级最高为-6.7 dB，小于真实声源的相对声压级，对声源的位置判断产生影响较小，证明所提方法具有良好的鲁棒性和抗噪性。

分析图 10 可知，在 $f = 300$ Hz 的条件下，当 SNR = -10 dB 时，ADMM-CP-NSM 方法得到的声成像结果中假声源很多，其中相对声压级最高为-0.1 dB，大于部分真实声源的相对声压级，且声源位置出现很大程度偏离，只能大致判断声源位置，而 MAPG-CP-NSM 方法得到的声成像结果中假声源数量相对较少，其中相对声压级最高为-6.1 dB，小于真实声源的相对声压级，能够比较准确地判断

声源位置。当 SNR = -20 dB 时，ADMM-CP-NSM 方法得到的声成像结果中声源位置严重偏离真实位置，完全无法判断声源位置，而 MAPG-CP-NSM 方法在一定程度上仍可大致判断声源位置，证明了所提方法的鲁棒性和抗噪性。

3.2.3 不同信噪比不同频率条件下的矩阵补全误差

矩阵补全误差 (MCE, matrix completion error) 被视为衡量互谱矩阵补全质量的标准，定义为

$$MCE = \frac{\|Z^c - Z\|_F}{\|Z^c\|_F} \times 100\% \quad (29)$$

其中， Z^c 为仿真生成的完整互谱矩阵，相当于使用含有 NP 个阵元的传声器阵列进行测量时得到的互谱矩阵； Z 为非同步测量补全得到的互谱矩阵。

设信噪比范围为-20~-10 dB，步长为 1 dB，每个信噪比处重复仿真 50 次，计算矩阵补全误差并求平均，得到 2 种方法的矩阵补全误差结果如图 11 所示。

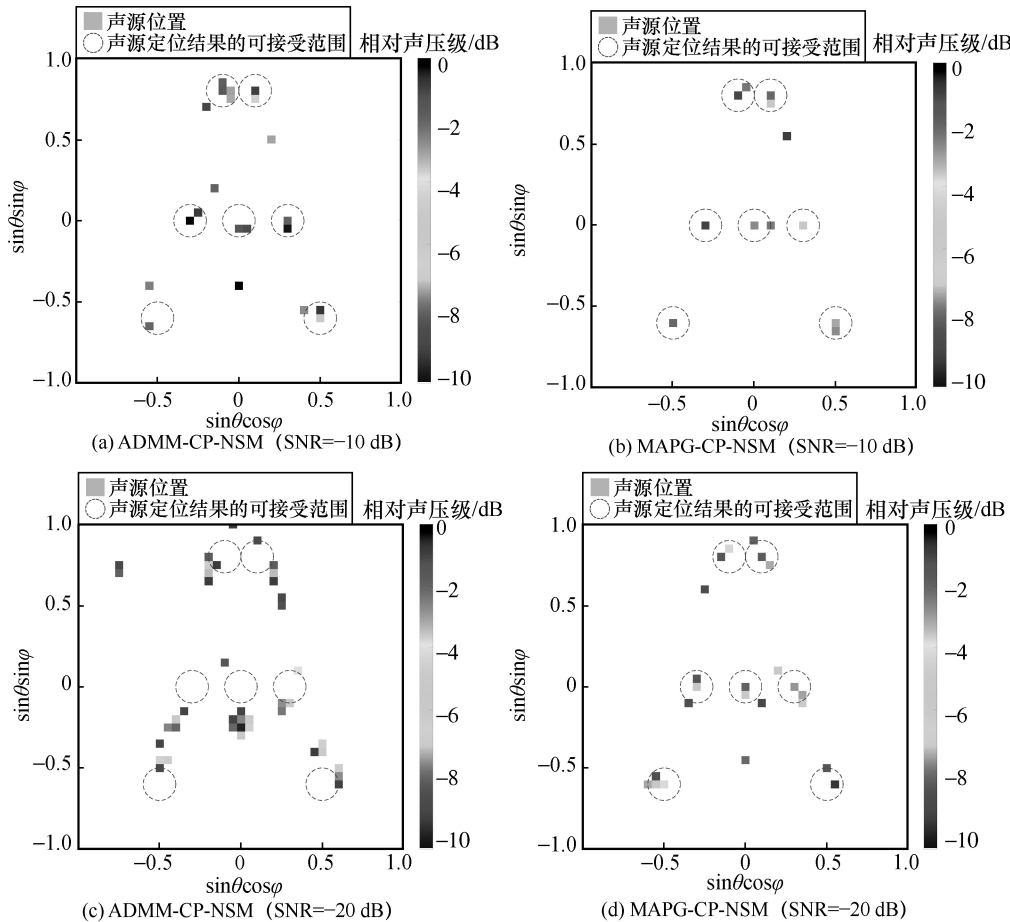


图 10 2 种方法对频率为 300 Hz 的 7 个声源在低信噪比条件下的声成像结果

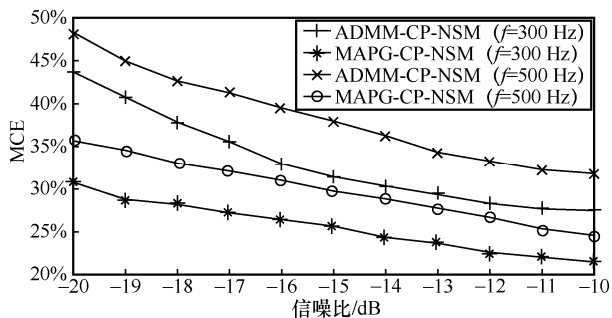


图 11 矩阵补全误差结果

分析图 11 可知,相同条件下,使用 ADMM-CP-NSM 方法得到的矩阵补全误差整体要比 MAPG-CP-NSM 方法大,且 4 种情况下, MCE 均随着信噪比的增大或频率的减小而减小。需要指出的是,在声成像过程中,互谱矩阵的完备性的作用比估计精度更重要,因此,仅凭 MCE 这一指标判断算法的性能不够全面,需结合声成像结果综合评价。

3.2.4 不同信噪比不同频率条件下的定位误差

定位误差定义为

$$\text{Error} = \frac{\|\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}_s\|_2^2}{\|\mathbf{x}_s\|_2^2} \times 100\% \quad (30)$$

其中, $\mathbf{x}^{(k+1)}$ 为求解逆问题的输出结果, \mathbf{x}_s 为真实声源的位置及强度。

设频率范围为 300~1 500 Hz,步长为 50 Hz,每个频率重复仿真 50 次,计算定位误差并求平均,得到 2 种方法的定位误差结果如图 12 所示。

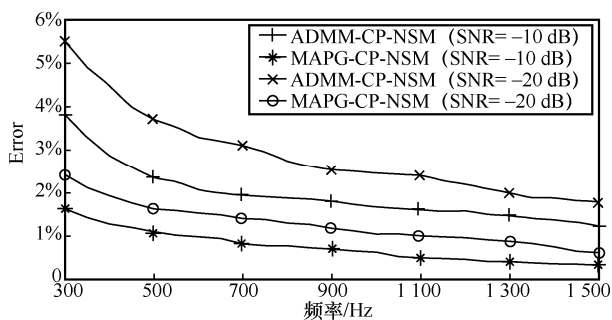


图 12 定位误差结果

分析图 12 可知,在不同频率和不同信噪比条件下进行声成像,使用 MAPG-CP-NSM 方法得到的定位误差均小于 ADMM-CP-NSM 方法,证明了 MAPG 算法的有效性、鲁棒性和抗噪性。当频率或信噪比减小时,2 种方法的定位误差相对差值明显增大,说明在低频、低信噪比条件下 MAPG-CP-NSM 方法相对于 ADMM-CP-NSM 方法优势更加明显。

4 结束语

本文提出了一种 MAPG-CP-NSM 声学成像方法。该方法利用 MAPG 算法对缺省互谱矩阵进行补全,具有更好的鲁棒性和抗噪性;此外,采用互质位置作为非同步测量中原型阵列的运动准则,增大虚拟合成孔径。将所提方法与 ADMM-CP-NSM 方法进行声学成像仿真、矩阵补全误差和定位误差计算,结果表明,所提 MAPG-CP-NSM 方法能够定位的声源最低频率为 300 Hz,最低信噪比为 -20 dB,与 ADMM-CP-NSM 方法相比,具有更高的成像分辨率,更好的鲁棒性和抗噪性,有效实现低信噪比条件下低频声源高分辨率成像,可考虑在未来的实际工业噪声测量中应用。

参考文献:

- [1] MERINO-MARTINEZ R, SIJTSMA P, SNELLEN M, et al. A review of acoustic imaging methods using phased microphone arrays[J]. CEAS Aeronautical Journal, 2019, 10(1): 197-230.
- [2] NING F L, WEI J G, QIU L F, et al. Three-dimensional acoustic imaging with planar microphone arrays and compressive sensing[J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 380: 112-128.
- [3] CHU N, NING Y, YU L, et al. A fast and robust localization method for low-frequency acoustic source: variational Bayesian inference based on nonsynchronous array measurements[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2021, 70: 1-18.
- [4] NING F L, PAN F, ZHANG C, et al. A highly efficient compressed sensing algorithm for acoustic imaging in low signal-to-noise ratio environments[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 112: 113-128.
- [5] HU D Y, DING J J, ZHAO H, et al. Achieving high-resolution 3D acoustic imaging in a large-aspect-ratio cabin by the non-synchronous measurements[J]. Applied Acoustics, 2022, 197: 108953.
- [6] ANTONI J, YU L, LECLERE Q. Reconstruction of sound quadratic properties from non-synchronous measurements with insufficient or without references: proof of concept[J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 349: 123-149.
- [7] YU L, JIANG W K, ABE M. Imaging of automotive engine components noise from non-synchronous sequential measurements[C]//International Congress and Exposition on Noise Control Engineering. [S.l.:s.n.], 2016: 3878-3886.
- [8] YU L, ANTONI J, LECLERE Q. Spectral matrix completion by cyclic projection and application to sound source reconstruction from non-synchronous measurements[J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 372: 31-49.
- [9] YU L, ANTONI J, LECLERE Q. Acoustical source reconstruction from non-synchronous sequential measurements by fast iterative shrinkage thresholding algorithm[J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 408: 351-367.
- [10] YU L, ANTONI J, WU H J, et al. Fast iteration algorithms for implementing the acoustic beamforming of non-synchronous measure-

- ments[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 134: 1-15.
- [11] YU L, ANTONI J, ZHAO H, et al. The acoustic inverse problem in the framework of alternating direction method of multipliers[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 149: 1-16.
- [12] PEREIRA L T L, MERINO-MARTINEZ R, RAGNI D, et al. Combining asynchronous microphone array measurements for enhanced acoustic imaging and volumetric source mapping[J]. Applied Acoustics, 2021, 182: 108247.
- [13] MORATA D, PAPAMOSCHOU D. Advances in the direct spectral estimation of aeroacoustic sources using continuous-scan phased arrays[C]//Proceedings of AIAA Scitech 2021 Forum. Reston: AIAA, 2021: 72-92.
- [14] MERINO-MARTINEZ R, VON D H B, MORATA D, et al. Three-dimensional acoustic imaging using asynchronous microphone array measurements[C]//Proceedings of 9th Berlin Beamforming Conference. Berlin: Springer, 2022: 1-25.
- [15] DEMYANOV M A, BYCHKOV O P. Generalization of the standard beamforming algorithm for identifying acoustic sources using asynchronous microphone array measurements[J]. Acoustical Physics, 2022, 68(2): 138-146.
- [16] LIU Q, CHU N, YU L, et al. Efficient localization of low-frequency sound source with non-synchronous measurement at coprime positions by alternating direction method of multipliers[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2022, 71: 1-12.
- [17] NING F L, HU J L, HOU H J, et al. Sound source localization of non-synchronous measurements beamforming based on the truncated nuclear norm regularization[J]. Applied Acoustics, 2022, 191: 108688.
- [18] QIN S, ZHANG Y D, AMIN M G. Improved two-dimensional DOA estimation using parallel coprime arrays[J]. Signal Processing, 2020, 172: 1-25.
- [19] ZHOU C W, GU Y J, FAN X, et al. Direction-of-arrival estimation for coprime array via virtual array interpolation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(22): 5956-5971.
- [20] 李林, 余玉龙, 韩慧. 基于平行互质虚拟阵列的低复杂度二维 DOA 联合估计算法[J]. 电子与信息学报, 2021, 43(6): 1653-1658.
LI L, YU Y L, HAN H. A low complexity two-dimensional DOA joint estimation algorithm based on parallel coprime virtual array[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2021, 43(6): 1653-1658.
- [21] QIN S, ZHANG Y D, AMIN M G. Generalized coprime array configurations for direction-of-arrival estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(6): 1377-1390.
- [22] HU D Y, DING J J, ZHAO H, et al. Spatial basis interpretation for implementing the acoustic imaging of non-synchronous measurements[J]. Applied Acoustics, 2021, 182: 108198.
- [23] LI H, LIN Z C. Accelerated proximal gradient methods for nonconvex programming[J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2015, 28: 379-387.
- [24] ZHANG Y D, AMIN M G, HIMED B. Sparsity-based DOA estimation using co-prime arrays[C]//Proceedings of 2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Piscataway: IEEE Press, 2013: 3967-3971.
- [25] LIU Q H, YI X D, JIN L N, et al. Two dimensional direction of arrival estimation for co-prime L-shaped array using sparse reconstruction[C]//Proceedings of 8th International Congress on Image and Signal Processing (CISP). Piscataway: IEEE Press, 2016: 1499-1503.
- [26] YAN F G, LIU S, WANG J, et al. Fast DOA estimation using co-prime array[J]. Electronics Letters, 2018, 54(7): 409-410.

[作者简介]



韦娟 (1973-), 女, 陕西渭南人, 博士, 西安电子科技大学教授, 主要研究方向为声音信号处理、移动通信网络、人工智能等。



贺雨涛 (1998-), 男, 山西忻州人, 西安电子科技大学硕士生, 主要研究方向为信号处理、声源定位等。



宁方立 (1974-), 男, 山东泗水人, 博士, 西北工业大学教授, 主要研究方向为振动噪声控制、智能感知机器人、噪声源定位与识别等。